

LA MAQUINA SINCRONÍA ANÁLISIS DE TRANSITORIO

- 1) Ya hemos descrito el funcionamiento de la Maquina sincronía en el Capitulo 3, bajo condiciones estables y en un sistema balanceado.
- 2) Encontramos que es estacionario la mmf del rotor con respecto al estator.
- 3) Como resultado de lo anterior el flujo no cambia con respecto al tiempo, no hay voltajes inducidos.
- 4) El circuito equivalente por fase puede ser representado con una variable constante X_s y una fem (emf).

Sin embargo para un rotor de polos salientes no podemos hacer tales suposiciones debido a la no uniformidad del air gap. El generador fue representado como una X_d y X_q .

- Bajo un transitorio, tales como corto circuito en terminales de generador los flujos cambian con el tiempo.
- Lo anterior resulta en corrientes transitorias en todos los circuitos del rotor.

Para Análisis de transitorios la Maquina Sincronía Idealizada esta representada por un grupo de circuitos magnéticos acoplados con inductancias las cuales dependen de la posición angular de el rotor.

Las ecuaciones diferenciales resultantes que describen la maquina tienen coeficientes que varían en el tiempo por lo que una solución.

Una gran simplificación puede realizarse transformando las variables del estator de las fases a, b y c a un nuevo bloque de variables las cuales se mueven con el rotor.

La transformación se basa en lo que llamamos: **Teoría de los dos ejes**

TEORÍA DE LOS DOS EJES

Los primeros en el Desarrollo de la teoría de los 2 ejes fueron

- Blondel
- Doherty
- Nickle
- Park

Para realizar se asume que la velocidad es constante lo cual nos origina unas ecuaciones lineales.

¹ Vicente Alberto Moya Rivera

Establecemos o asumimos

- 1) El voltaje (la ecuación) primeramente es establecida.
- 2) Establecemos las ecuaciones de la maquina con las variables del estator transformadas a un cuadro de referencia fijo en el rotor (ecuación de Park).
- 3) Resolveremos numéricamente durante una falla de corto circuito.
- 4) Se deberá tomar en cuenta la desviación.
- 5) Las ecuaciones ya transformadas son no lineales y deberán ser resueltas por integración numérica.
- 6) En Matlab la ecuación diferencial no lineal de la maquina síncrona en su forma matricial puede ser **simulada con facilidad**.
- 7) Hay una adicional ventaja las ecuaciones originales de voltaje pueden ser usadas sin necesidad de transformación.
- 8) En particular obtendremos soluciones para
 - a) Corto circuito línea - línea.
 - b) Corto circuito línea - TierraUsando el circuito en cantidades de Fase – Directo.

II.- EL FENÓMENO TRANSITORIO SIMPLE YA SE VIO

III.- TRANSITORIOS EN LA MAQUINA SINCRONÍA

Regresando al concepto de imaginar 2 devanados ficticios uno sobre el eje directo y otro en cuadratura.

- 1) Nosotros podemos asumir un plano de referencia rotacional a velocidad sincronía ω el cual deberá estar alineado a la fase a en $t = 0$.
- 2) Si θ es el ángulo por el cual el eje director esta en adelanto del eje magnético de la fase a cuando

$$\theta = \omega.t + \delta + \frac{\pi}{2}$$

δ es el desplazamiento del eje de cuadratura del eje de referencia rotacional síncrona.
 $\delta + \pi / 2$ es el desplazamiento de el eje directo

- 3) En el Método Clásico
 - a) La Maquina Sincronía como un grupo magnético de circuitos acoplados con inductancias las cuales dependen de la posición angular del rotor.
 - b) Despreciaremos la saturación.
 - c) Asumiremos que la **mmf** de la armadura tiene una distribución espacial sinusoidal.

² Vicente Alberto Moya Rivera

Entonces el circuito es el siguiente:

4) Asumiremos las corrientes del rotor con un flujo que da una fuerza positiva

la ecuación de voltaje es:

$$\begin{pmatrix} V_0 \\ V_d \\ V_q \\ -V_F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{pmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix}$$

Utilizando los conocimientos adquiridos en Mate III particionando las matrices.

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ V_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{abc} & \dots\dots & O \\ O & \dots\dots & R_{FDQ} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix}$$

donde

$$V_{FDQ} = \begin{bmatrix} -V_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad i_{FDQ} = \begin{bmatrix} i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad \lambda_{FDQ} = \begin{bmatrix} \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix}$$

El flujo magnético esta en función de las inductancias propias y mutuas.

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & \dots\dots & L_{ab} & \dots\dots & L_{ac} & \dots\dots & L_{aF} & \dots\dots & L_{aD} & \dots\dots & L_{aQ} \\ L_{ba} & \dots\dots & L_{bb} & \dots\dots & L_{bc} & \dots\dots & L_{bF} & \dots\dots & L_{bD} & \dots\dots & L_{bQ} \\ L_{ca} & \dots\dots & L_{cb} & \dots\dots & L_{cc} & \dots\dots & L_{cF} & \dots\dots & L_{cD} & \dots\dots & L_{cQ} \\ L_{Fa} & \dots\dots & L_{Fb} & \dots\dots & L_{Fc} & \dots\dots & L_{FF} & \dots\dots & L_{FD} & \dots\dots & L_{FQ} \\ L_{Da} & \dots\dots & L_{Db} & \dots\dots & L_{Dc} & \dots\dots & L_{DF} & \dots\dots & L_{DD} & \dots\dots & L_{DQ} \\ L_{Qa} & \dots\dots & L_{Qb} & \dots\dots & L_{Qc} & \dots\dots & L_{QF} & \dots\dots & L_{QD} & \dots\dots & L_{QQ} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

³ Vicente Alberto Moya Rivera

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{SS} \dots L_{SR} \\ L_{RS} \dots L_{RR} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix}$$

8.3.1 INDUCTANCIAS DE LOS POLOS SALIENTES

- 1) Las inductancias propias de cualquier bobina del estator varían de un máximo (cuando el eje directo coincide con el eje de las bobinas magnéticas) a un mínimo (cuando el eje en cuadratura esta en línea con eje de las bobinas magnéticas).
- 2) La inductancia propia L_{aa} será
un máximo para $\theta = 0^\circ$
un mínimo para $\theta = 90^\circ$
un máximo para $\theta = 180^\circ$
Por lo que L_{aa} tiene un periodo de 180°
- 3) L_{aa} puede ser representado por cósenos de 2° armónica.
- 4) Debido a la simetría del rotor entonces los elementos de la diagonal de la submatrix L_{ss} puede ser representado como:

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_s + L_m \cos 2(\theta) \\ L_{bb} &= L_s + L_m \cos 2(\theta - 2\pi / 3) \\ L_{cc} &= L_s + L_m \cos 2(\theta + 2\pi / 3) \end{aligned}$$

θ es el ángulo entre el eje directo y el eje magnético de la fase A

- 5) Las inductancias mutuas entre cualquiera de las 2 fases del estator son también funciones periódicas de la posición angular del rotor.
- 6) Nosotros podemos concluir considerando la simetría que las inductancias mutuas entre las fases a y b tienen un máximo negativo cuando el polo es alineado 30° en atrazo con la fase a o 30° en adelante de la fase b y un mínimo negativo cuando esta a la mitad de las 2 fases.

7) L_{ss} puede ser representada como sigue:

$$L_{ab} = L_{ba} = -\mu_s - L_m + L_m \cos 2(\theta + \pi / 6)$$

$$L_{bc} = L_{cb} = -\mu_s - L_m + L_m \cos 2(\theta - \pi / 2)$$

$$L_{ca} = L_{ac} = -\mu_s - L_m + L_m \cos 2(\theta + 5\pi / 6)$$

8) Todas las inductancias del Rotor son constantes dado que la saturación y las ranuras del estator son despreciables entonces

$$L_{FF} = L_F \dots \dots \dots L_{DD} = L_D \dots \dots \dots L_{QQ} = L_Q$$

9) La Inductancia mutua entre cualquiera de los 2 circuitos en eje directo (o también en eje en cuadratura) es constante.

10) La inductancia mutua entre cualquiera cualquier eje directo del rotor y el eje en cuadratura es nulo.

11) Podemos afirmar de las aseveraciones anteriores

$$L_{FD} = L_{DF} = M_R$$

$$L_{FQ} = L_{QF} = 0$$

$$L_{DQ} = L_{QD} = 0$$

12) Concluyendo

- las inductancias mutua entre los circuitos del estator y rotor son funciones periódicas de la posición angular del rotor.
- Todas las inductancias mutuas Estator-Rotor varían senoidalmente
- Se encuentra un máximo cuando las 2 bobinas en cuestión se alinean.

13) Entonces podemos escribir

$$L_{aF} = L_{Fa} = M_F \cos(\theta)$$

$$L_{bF} = L_{Fb} = M_F \cos(\theta - 2\pi / 3)$$

$$L_{cF} = L_{Fc} = M_F \cos(\theta + 2\pi / 3)$$

$$L_{aD} = L_{Da} = M_D \cos(\theta)$$

$$L_{bD} = L_{Db} = M_D \cos(\theta - 2\pi / 3)$$

$$L_{cD} = L_{Dc} = M_D \cos(\theta + 2\pi / 3)$$

$$L_{aQ} = L_{Qa} = M_Q \text{sen}(\theta)$$

$$L_{bQ} = L_{Qb} = M_Q \text{sen}(\theta - 2\pi / 3)$$

$$L_{cQ} = L_{Qc} = M_Q \text{sen}(\theta + 2\pi / 3)$$

4) La Transformación de Park

- 1) Una gran simplificación puede realizarse por la transformación de las variables del estator de las fases a, b y c en una nuevas variables cuyo plano en el que están definidos se mueve con el rotor.
- 2) La transformación se basa en lo que llamamos teoría de los 2 ejes, sus pioneros fueron Blandel, Doherty, Nickcle y Park.
- 3) La transformación de las cantidades se obtienen de la proyección de las actuales variables en 3 ejes.
 - a) A lo largo del eje directo del devanado de campo del rotor llamado eje directo
 - b) A lo largo del eje neutral del devanado de campo llamado eje de cuadratura.
 - c) Un tercero en un eje estacionario

La transformación de Park para corrientes es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} * \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots & \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\theta & \dots & \cos(\theta - 2\pi / 3) & \dots & \cos(\theta + 2\pi / 3) \\ \sin\theta & \dots & \text{sen}(\theta - 2\pi / 3) & \dots & \text{sen}(\theta + 2\pi / 3) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \dots\dots\dots(8.14)$$

$$i_{Odq} = P_{abc} \dots\dots\dots(8.15)$$

$$V_{Odq} = P_{v_{abc}} \dots\dots\dots(8.16)$$

$$\lambda_{Odq} = P\lambda_{abc} \dots\dots\dots(8.17)$$

$$P^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} * \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots & \cos\theta & \dots & \sin\theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots & \cos(\theta - 2\pi / 3) & \dots & \cos(\theta - 2\pi / 3) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots & \text{sen}(\theta + 2\pi / 3) & \dots & \text{sen}(\theta + 2\pi / 3) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(8.18)$$

⁶ Vicente Alberto Moya Rivera

$$\begin{bmatrix} \lambda_{Odq} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & \dots & O \\ O & \dots & U \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} \dots\dots(8.19)$$

ó

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{-1} & \dots & O \\ O & \dots & U \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \lambda_{Odq} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} \dots\dots(8.20)$$

sustituyendo entonces...conseguimos

$$\begin{bmatrix} P^{-1} & \dots & O \\ O & \dots & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{odq} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{SS} & \dots & L_{SR} \\ L_{RS} & \dots & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^{-1} & \dots & O \\ O & \dots & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Odq} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} \dots\dots(8.21)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{Odq} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & \dots & O \\ O & \dots & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{SS} & \dots & L_{SR} \\ L_{RS} & \dots & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^{-1} & \dots & O \\ O & \dots & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{odq} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} \dots\dots(8.22)$$

Sustituyendo a P, P-1 y la inductancias dadas por (8.9)-(8.13), la anterior ecuación se reduce a:

$$\begin{bmatrix} \lambda_o \\ \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_o & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & L_d & \dots & 0 & \dots & kM_F & \dots & kM_D & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & L_q & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & kM_Q \\ 0 & \dots & kM_F & \dots & 0 & \dots & L_F & \dots & M_R & \dots & 0 \\ 0 & \dots & kM_D & \dots & 0 & \dots & M_R & \dots & L_D & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & kM_Q & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & L_Q \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \dots\dots(8.23)$$

donde nosotros introducimos los siguientes nuevos parámetros:

$$L_o = L_s + 2M_s \dots\dots\dots(8.24)$$

$$L_d = L_s + M_s + \frac{3}{2} L_m \dots\dots\dots(8.25)$$

$$L_q = L_s + M_s - \frac{3}{2} L_m \dots\dots\dots(8.26)$$

$$y \dots k = \sqrt{3/2}$$

Transformando la corriente estator-base (iabc) dentro de las corrientes rotor-base (iodq), con las corrientes del rotor, nosotros obtenemos:

$$\begin{bmatrix} i_{Odq} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \dots\dots O \\ O \dots\dots U \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} \dots\dots(8.27)$$

ó

$$\begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{-1} \dots\dots O \\ O \dots\dots U \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_{Odq} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} \dots\dots(8.28)$$

y similares voltajes obtenemos:

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ V_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{-1} \dots\dots O \\ O \dots\dots U \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{Odq} \\ V_{FDQ} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(8.29)$$

Sustituyendo (8.20),(8.28), y (8.29) dentro (8.5), nosotros conseguimos:

$$\begin{bmatrix} P^{-1} \dots\dots O \\ O \dots\dots U \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{Odq} \\ V_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{abc} \dots\dots O \\ O \dots\dots R_{FDQ} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P^{-1} \dots\dots O \\ O \dots\dots U \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_{Odq} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} P^{-1} \dots\dots O \\ O \dots\dots U \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \lambda_{Odq} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} \dots\dots(8.30)$$

ó

$$\begin{bmatrix} V_{Odq} \\ V_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \dots\dots O \\ O \dots\dots U \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} R_{abc} \dots\dots O \\ O \dots\dots R_{FDQ} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P^{-1} \dots\dots O \\ O \dots\dots U \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_{Odq} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P \dots\dots O \\ O \dots\dots U \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} P^{-1} \dots\dots O \\ O \dots\dots U \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \lambda_{Odq} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix}$$

Evaluando el primer termino, y obteniendo la derivada del segundo termino en (8.31)

$$\begin{bmatrix} V_{Odq} \\ V_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{abc} \dots\dots O \\ O \dots\dots R_{FDQ} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_{Odq} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P \dots\dots O \\ O \dots\dots U \end{bmatrix} \left[\frac{P \frac{d}{dt} P^{-1} \dots\dots O}{O \dots\dots U} \begin{bmatrix} \lambda_{Odq} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{Odq} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} \right] \dots\dots(8.32)$$

⁸ Vicente Alberto Moya Rivera

En seguida, la expresión de $P \frac{d}{dt} P^{-1}$ puede ser escrita como:

$$P \frac{d}{dt} P^{-1} = P \frac{d\theta}{dt} \frac{d}{dt} P^{-1} = P \frac{d}{d\theta} P^{-1} \dots (8.33)$$

Sustituyendo para P de (8.14), y la derivación de P^{-1} de (8.18), nosotros conseguimos:

$$P \frac{d}{dt} P^{-1} = 2/3\omega * \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin\theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\sin\theta & \cos\theta \\ 0 & -\sin(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ 0 & -\sin(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \dots (8.34)$$

Sustituyendo (8.23) y (8.34) dentro de (8.32), la ecuación de la maquina en el rotor de referencia comienza.

$$\begin{bmatrix} v_O \\ v_d \\ v_q \\ -v_F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & \omega L_q & 0 & 0 & \omega kM_Q \\ 0 & -\omega L_d & r & -\omega kM_F & -\omega kM_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_F & M_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_R & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_O \\ i_d \\ i_q \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} L_O & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & kM_F & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & 0 & kM_Q \\ 0 & kM_F & 0 & L_F & M_R & 0 \\ 0 & kM_D & 0 & M_R & L_D & 0 \\ 0 & 0 & kM_Q & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} * \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_O \\ i_d \\ i_q \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \dots (8.35)$$

Antes de vacaciones llegamos a la siguiente conclusión usando la Transformación de Plank:

$$\begin{pmatrix} V_0 \\ V_d \\ V_q \\ -V_F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & \omega L_q & 0 & 0 & \omega kM_Q \\ 0 & -\omega L_d & r & -\omega kM_F & -\omega kM_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} L_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & kM_F & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & 0 & kM_Q \\ 0 & kM_F & 0 & L_F & M_R & 0 \\ 0 & kM_D & 0 & M_R & L_D & 0 \\ 0 & 0 & kM_Q & 0 & 0 & L_Q \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} I_0 \\ I_d \\ I_q \\ I_F \\ I_D \\ i_Q \end{pmatrix}$$

Nosotros podemos hacer algunas observaciones estudiando la naturaleza de la anterior ecuación:

1. Una de la más importantes es que tiene coeficientes constante, esto debido a que la W velocidad se asumió constante.
2. También, que la primera ecuación esta desacoplada del resto de las ecuaciones.

$$V_0 = - [r * i_0] - L_0 * [d i_0 / d t]$$

3. Finalmente, nosotros notamos que mientras la técnica de transformación es un proceso matemático, es provisto de un valioso significado con respecto al fenómeno interno y nos proporciona los efectos de transitorios. Es más, provee del significado físico de las nuevas cantidades.

¹⁰ Vicente Alberto Moya Rivera

V CORTO CIRCUITO TRIFÁSICO BALANCEADO.

1. Considérese un generador síncrono trifásico operando a velocidad síncrona con excitación constante.
2. nosotros podríamos explorar la naturaleza de las tres corrientes de armadura y la corriente de campo debido a un corto circuito trifásico aplicado a las terminales de la armadura.
3. Asumiremos inicialmente la máquina sin carga por lo que

$$i_a(0^+) = i_b(0^+) = i_c(0^+) = 0$$

de esta condición resulta:

$$\bar{i}_{0dq} = P * \bar{i}_{abc}$$

$$i_o(0^+) = i_d(0^+) = i_q(0^+) = 0$$

4. el valor inicial de la corriente de campo.

$$i_F(0^+) = V_F / i_F$$

5. para un corto circuito trifásico balanceado en las terminales de la máquina.

$$V_a = V_b = V_c = 0$$

6. Esto resulta en

$$\bar{i}_{0dq} = P * \bar{i}_{abc}$$

$$V_o = V_d = V_q = 0$$

¹¹ Vicente Alberto Moya Rivera

dado que $i_F = 0$, la ecuación de la máquina síncrona tomando como referencia el plano del rotor durante un corto circuito trifásico es

$$\begin{pmatrix} V_D \\ -V_F \\ 0 \\ V_Q \\ 0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} r & 0 & 0 & \omega L_q & \omega kM_Q \\ 0 & r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_D & 0 & 0 \\ -\omega L_D & \omega kM_F & -\omega kM_D & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ I_q \\ i_Q \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} L_d & kM_F & kM_D & 0 & 0 \\ kM_F & L_F & M_R & 0 & 0 \\ kM_D & M_R & L_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_q & kM_Q \\ 0 & 0 & 0 & kM_Q & L_Q \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} I_d \\ I_F \\ I_D \\ I_q \\ I_Q \end{pmatrix}$$

Esta ecuación en variables de estado puede ser escrita en forma compacta:

$$\bar{V} = - [\bar{R} * \bar{I}] - \bar{L} * [d \bar{I} / dt]$$

$$d \bar{i} / dt = - \bar{R} * \bar{i} * [\bar{L}]^{-1} - \bar{V} * [\bar{L}]^{-1}$$

Si asumimos la velocidad constante, la ecuación en variables de estado es lineal y una solución analítica puede ser obtenida usando la técnica de transformación de Laplace.

Ahora, la disponibilidad de poderosos paquetes de simulación hacen posible simular las ecuaciones diferenciales no lineales de la máquina síncrona en su forma matricial.

Para considerar la variación de velocidad, nosotros necesitamos incluir la ecuación dinámica de la máquina. Esta es una ecuación diferencial de 2^{do} orden, conocida como la ecuación de Equilibrio.

¹² Vicente Alberto Moya Rivera

La ecuación de Equilibrio puede expresarse en variables de estado como dos ecuaciones diferenciales simultáneas de 1^{er} orden, por lo que fácilmente podemos aumentar la ecuación anterior.

Entonces la variación de la velocidad tiene un muy pequeño efecto en la corriente momentánea inmediatamente después de la falla, por lo que podemos despreciar la variación.

Una solución obtenida para corrientes en eje directo y en cuadratura. Las corrientes de fase son obtenidas a través de la inversa de Park.

$$\bar{i}_{0dq} = P * \bar{i}_{abc}$$

sustituyendo

$$P^{-1} = \sqrt{2/3} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & \cos \theta & \sin \theta \\ 1/\sqrt{2} & \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & \cos(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \end{pmatrix}$$

$$i_a = I_d \cos \theta + I_q \sin \theta$$

$$i_b = I_d \cos(\theta - 2\pi/3) + I_q \sin(\theta - 2\pi/3)$$

$$i_c = I_d \cos(\theta + 2\pi/3) + I_q \sin(\theta + 2\pi/3)$$

Matlab proporciona 2 M-Files llamados ODE23 y ODE45 para la solución numérica de ecuaciones diferenciales empleando el método de integración Runge – Kutla – Pehlberg.

ODE23 para mediana precisión

ODE45 para alta precisión

La simulación de la máquina síncrona durante una falla trifásica balanceada la veremos a continuación:

Un generador síncrono de 500 MVA, 30 kV, 60 Hz, es operado sin carga con un voltaje constante de excitación de 400 V. Entonces ocurre un corto circuito trifásico en las terminales de la armadura.

Asuma que el corto circuito es aplicado en el instante en el que el eje directo del rotor está alineado al eje magnético de la fase a $\delta = 0$. asuma también que la velocidad del rotor se mantienen constante a valor síncrono. Los parámetros de la máquina son:

$L_d = 0.0072 \text{ H}$	$L_q = 0.0070 \text{ H}$	$L_F = 2.500 \text{ H}$	$L_D = 0.0068 \text{ H}$
$L_Q = 0.0016$	$M_F = 0.100 \text{ H}$	$M_D = 0.0054 \text{ H}$	$M_Q = 0.0026 \text{ H}$
$M_R = 0.125 \text{ H}$	$r = 0.0020 \Omega$	$r_F = 0.4000 \Omega$	$r_D = 0.015 \Omega$
$r_Q = 0.0150 \Omega$	$r_0 = 0.0010 \Omega$		

Use ODE45 para obtener la simulación y obtener las formas de onda del transitorio para las corrientes de fase y la corriente de campo.

El voltaje de campo de Dc es $V_f = 400$ por lo que el valor inicial de la corriente de campo es :

$$i_F(0^+) = \frac{V_f}{r_f} = \frac{400}{0.4} = 1000..A$$

Dado que la maquina inicialmente esta sin carga

$$i_0(0^+) = i_d(0^+) = i_q(0^0) = 0..A$$

Simulación:

```
fprintf('\n Wait simulation is in process. \n')
VF = 400; rF = 0.4; iF0 = VF/rF;
f = 60; w=2.*pi*f;
deg = 0; d=deg*pi/180;
t0 = 0 ; tfinal = 0.80;
i0 = [0; iF0; 0; 0; 0 ] % Initial currents
%[t,i] = ode45('symshort',t0,tfinal,i0); % use for MATLAB 4
tspan = [t0, tfinal] % use for MATLAB 5
[t, i] = ode45('symshort', tspan, i0) % use for MATLAB 5
theta = w*t+d +pi/2
```

¹⁴ Vicente Alberto Moya Rivera

```

ia = sqrt(2/3)*(cos(theta).*i(:,1)+sin(theta).*i(:,4));
ib = sqrt(2/3)*(cos(theta-2*pi/3).*i(:,1)+sin(theta-2*pi/3).*i(:,4));
ic = sqrt(2/3)*(cos(theta+2*pi/3).*i(:,1)+sin(theta+2*pi/3).*i(:,4));
iF = i(:,2); % ia = Armature current iF=Field current
figure(1), plot(t,ia), xlabel('t, sec'), ylabel('i_a, A'), grid
title(['Three-phase short circuit i_a, ', '\delta = ',
num2str(deg), '\circ'])
figure(2), plot(t,ib), xlabel('t, sec'), ylabel('i_b, A'), grid
title(['Three-phase short circuit i_b, ', '\delta = ',
num2str(deg), '\circ'])
figure(3), plot(t,ic), xlabel('t, sec'), ylabel('i_c, A'), grid
title(['Three-phase short circuit i_c, ', '\delta = ',
num2str(deg), '\circ'])
figure(4), plot(t,iF), xlabel('t, sec'), ylabel('i_F, A'), grid
title(['Three-phase short circuit i_F, ', '\delta = ',
num2str(deg), '\circ'])

```

Función `iprime = symshort(t, i)`

```

% The function iprime = symshort(t, i) defines the differential
% equations of the synchronous machine in Example 8.2 during a
% balanced three-phase fault. The function returns the state
% derivatives of the current.
% Copyright (c) 1998 H. Saadat
function iprime = symfault(t,i)
f=60.; w=2.*pi*f;
d=0.; d=d*pi/180.; theta=w*t+d +pi/2;

% Parameters of a 160 MVA, 15 kV Synchronous Machine
LF = 2.500; LD = 0.0068; LQ = 0.0016; Ld = 0.0072; Lq = 0.0070;
MF = 0.100; MD = 0.0054; MQ = 0.0026; MR = 0.1250;
ra = 0.002; rF = 0.4000; rD = 0.015; rQ = 0.0150;

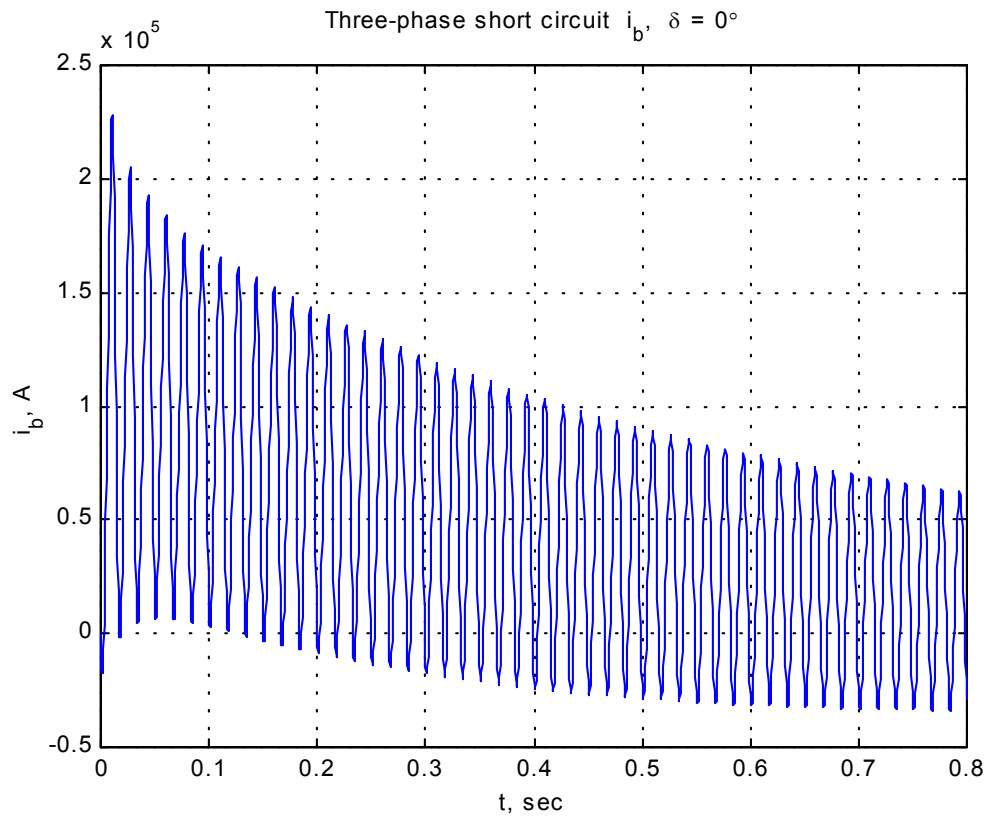
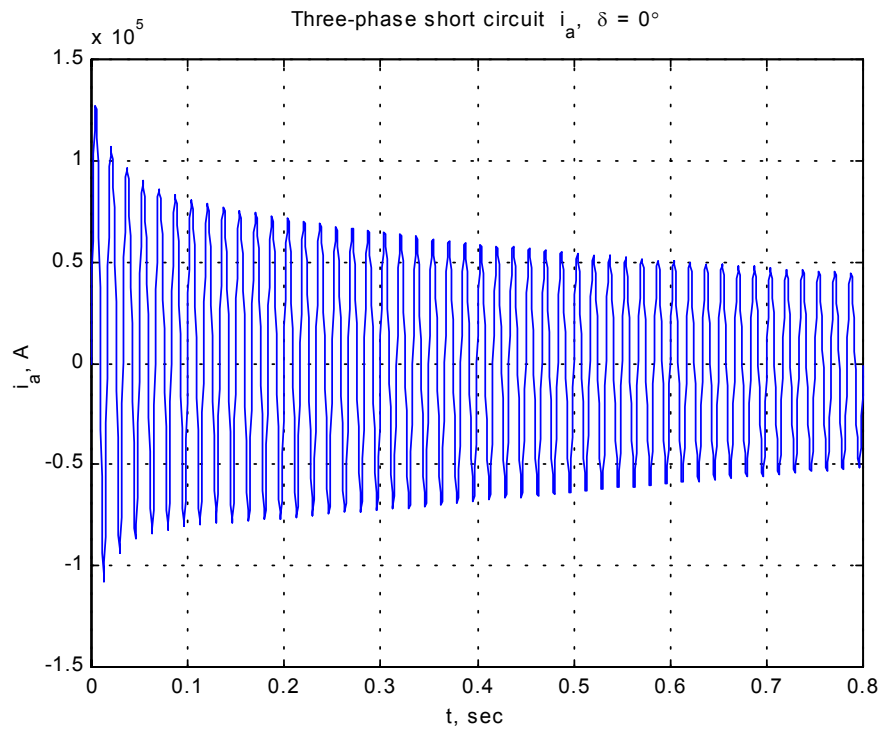
VF = 400; % DC field voltage
V = [0; -VF; 0; 0; 0]; % Voltage column vector
k=sqrt(1.5);

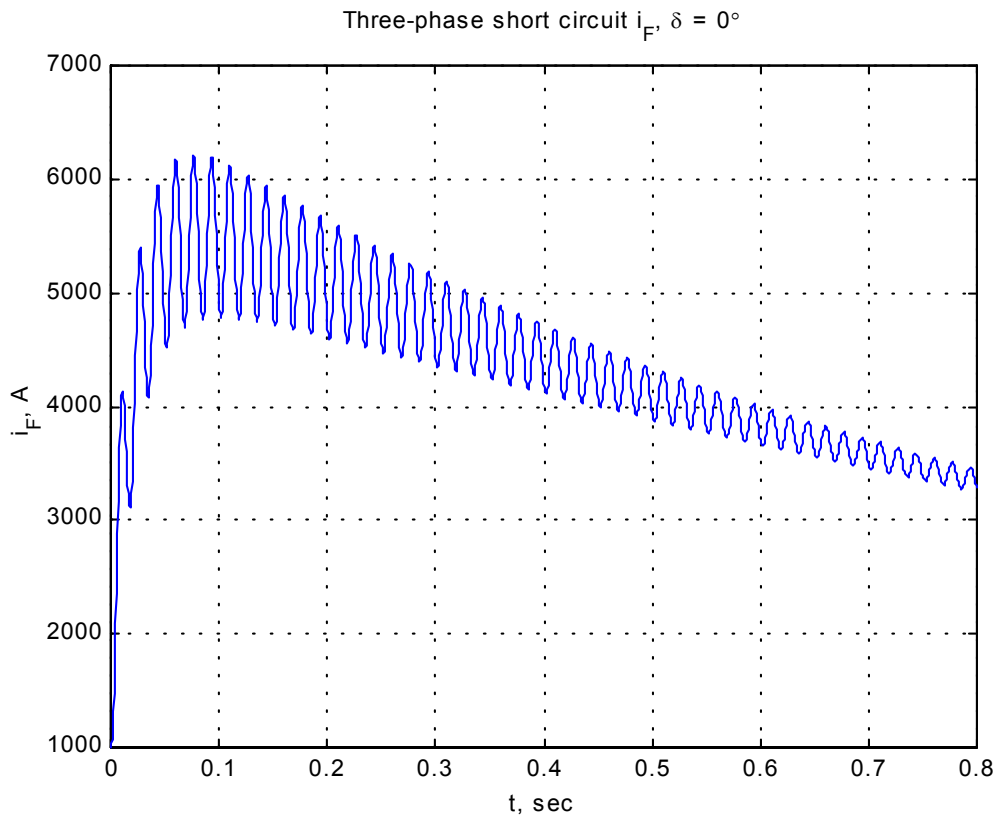
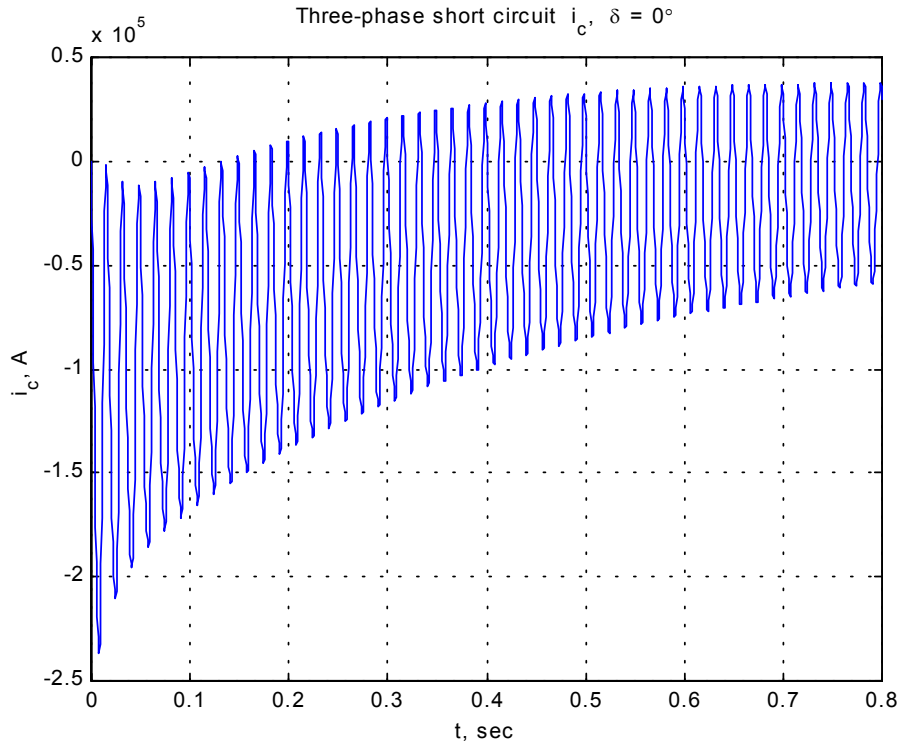
R= [ra      0      0      w*Lq      w*k*MQ
     0      rF      0      0      0
     0      0      rD      0      0
    -w*Ld  -w*k*MF  -w*k*MD      ra      0
     0      0      0      0      rQ];

L = [Ld      k*MF      k*MD      0      0
     k*MF      LF      MR      0      0
     k*MD      MR      LD      0      0
         0      0      0      Lq      k*MQ
         0      0      0      k*MQ      LQ];

Li=inv(L);
iprime=- Li*V - Li*R*i;

```





Resultados de la simulación muestran:

Las corrientes de armadura en las fases varían en una manera muy complicada. El análisis de las formas de onda, muestra que las corrientes de armadura consisten en:

- 1) Una componente fundamental a frecuencia del sistema.
 - 2) Una componente de Dc
 - 3) Una componente de doble frecuencia.
-
- 1) La componente fundamental a frecuencia del sistema es simétrica con respecto al eje del tiempo.
 - 2) La superposición en la componente de Dc dará como resultado una forma de onda asimétrica
 - El grado de Asimetría depende del momento y punto del ciclo de voltaje en el cual ocurre la falla.

La corriente de campo mostrada en la simulación indica que la corriente de campo esta formada de 2 componentes de Dc y una Ac. La componente de Ac esta decayendo y consta de una fundamental y una segunda armónica.

Las componentes de segunda armónica en la corriente de campo y también en la corriente de armadura son relativamente pequeñas y usualmente despreciables.

Nosotros podemos ver que durante un corto circuito la reactancia efectiva de la maquina puede ser asumida solamente a lo largo del eje directo y modelos muy simples son obtenidos para estudios de fallas de sistemas de potencia y análisis de estabilidad transitoria,

Antes de usar estos Modelos simplificados nosotros consideraremos los cortos circuitos desbalanceados de la maquina síncrona.

VI CORTO CIRCUITO DESBALANCEADO

- 1) Las más frecuentes fallas en las maquinas síncronas son las fallas: fase- fase y fase neutro.
- 2) Estas fallas desbalanceadas son difíciles de analizar.
- 3) El modelo d-q-o no es un sustituto para el análisis de fallas desbalanceadas además requiere una transformación.
- 4) La solución analítica viene a ser extremadamente complicada y al final todas las soluciones que obtengamos serán una mera aproximación.
- 5) La solución numérica de la ecuación de voltaje original puede ser usada sin necesidad de transformación.

Por lo que procedemos a establecer las ecuaciones y determinar las cantidades para la simulación.

Simulación:

```
fprintf('\n Wait simulation is in process. \n')
VF = 400; rF = 0.4; iF0 = VF/rF;
f = 60;    w = 2.*pi*f;
deg = 0;   d = deg*pi/180;
t0 = 0 ; tfinal = 0.80;
i0 = [0; iF0; 0; 0]; % Initial currents
%[t,i] = ode45('lgshort', t0, tfinal, i0); % use for MATLAB 4
tspan = [t0, tfinal]; % use for MATLAB 5
[t,i] = ode45('lgshort', tspan, i0); % use for MATLAB 5
ia=i(:,1); iF=i(:,2); % ib = Armature current iF=Field current
figure(1), plot(t,ia), xlabel('t, sec'), ylabel('i_a, A'), grid
title(['Line-ground short circuit i_a, ', '\delta = ',
num2str(deg), '\circ'])
figure(2), plot(t,iF), xlabel('t, sec'), ylabel('i_F, A'), grid
title(['Line-ground short circuit i_F, ', '\delta = ',
num2str(deg), '\circ'])
```

Función `iprime = llshort(t, i)`

```
% The function iprime = llshort(t, i) defines the differential
% equations of the synchronous machine in Example 8.4 during a
% phase-ground fault. The function returns the state derivatives
% of the current.

% Copyright (c) 1998 H. Saadat

function iprime = llshort(t,i)
f=60.; w=2.*pi*f;
d=0.; d=d*pi/180.; theta=w*t+d +pi/2;

% Parameters of a 500 MVA, 30 KV Synchronous Machine
LF = 2.500; LD = 0.0068; LQ = 0.0016; Ld = 0.0072; Lq = 0.0070;
MF = 0.100; MD = 0.0054; MQ = 0.0026; MR = 0.1250; L0 =0.002;
ra = 0.002; rF = 0.4000; rD = 0.015; rQ = 0.0150;

VF = 400; % DC field voltage
V = [0; -VF; 0; 0]; % Voltage column vector
K=sqrt(1.5);
Ls=(L0+Ld+Lq)/3; Lm=(Ld-Lq)/3;
R=[ra-2*w*Lm*sin(2*theta) -w*MF*sin(theta) -w*MD*sin(theta)
w*MQ*cos(theta)
0 -w*MF*sin(theta) rF 0
0 -w*MD*sin(theta) 0 rD
0 w*MQ*cos(theta) 0 0
rQ];
```

```

L=[Ls+Lm*cos(2*theta)  MF*cos(theta)  MD*cos(theta)  MQ*sin(theta)
   MF*cos(theta)      LF              MR
0                      MR              LD
0                      0              0
MQ*sin(theta)
LQ];

Li=inv(L);
iprime= -Li*V - Li*R*i;

```